

MATHÉMATIQUES DE L'APPRENTISSAGE PROFOND  
CONTENU DU COURS MTH8107<sup>†</sup>

Automne 2023

## Introduction

### Chapitre I : Notions importantes d'algèbre linéaire

- Section I.1 : Le produit  $A\mathbf{x}$  et les colonnes de  $A$   
*Exercices suggérés : 1 à 24*
- Section I.2 : Le produit de matrices  
*Exercices suggérés : 1 à 8*
- Section I.3 : Les quatre sous-espaces fondamentaux  
*Exercices suggérés : 1 à 11*
- Section I.4 : Élimination et factorisation  $A = LU$   
*Exercices suggérés : 1 à 12*
- Section I.5 : Matrices orthogonales et sous-espaces vectoriels  
*Exercices suggérés : 1 à 8*
- Section I.6 : Valeurs et vecteurs propres  
*Exercices suggérés : 1 à 26*
- Section I.7 : Matrices symétriques définies positives  
*Exercices suggérés : 1 à 28*
- Section I.8 : Valeurs singulières, vecteurs singuliers et SVD  
*Exercices suggérés : 1 à 23*
- Section I.9 : Composantes principales et la meilleure matrice de faible rang  
*Exercices suggérés : 1 à 10*
- Section I.10 : Quotients de Rayleigh et valeurs propres généralisées  
*Exercices suggérés : 1 à 4*
- Section I.11 : Normes de vecteurs, de fonctions et de matrices  
*Exercices suggérés : 1 à 5*
- Section I.12 : Factorisations matricielles et tensorielles  
*Exercices suggérés : 1 à 11*

---

<sup>†</sup>Pour chaque section du manuel couverte dans le cadre du cours, je vous suggère de commencer en faisant quelques exercices. Si les exercices vous semblent faciles, vous pouvez passer à la prochaine section. Si vous éprouvez des difficultés avec les exercices de la section, je vous suggère alors d'en faire quelques-uns de plus, jusqu'à ce que le thème étudié soit bien compris. Vous pouvez ensuite faire quelques exercices additionnels avant l'examen afin de bien compléter votre préparation. Il n'est pas nécessaire de faire tous les exercices suggérés pour bien réussir le cours.

## Chapitre II : Calculs avec des matrices de grande taille

- Section II.1 : Algèbre linéaire numérique  
*Exercices suggérés : 1 à 9*
- Section II.2 : Moindres carrés : quatre approches  
*Exercices suggérés : 1 à 22*
- Section II.3 : Trois bases pour l'espace des colonnes  
*Exercices suggérés : 1 à 10*
- Section II.4 : Algèbre linéaire randomisée  
*Exercices suggérés : 2, 3, 4, 6*

## Chapitre III : Faible rang et acquisition comprimée

- Section III.1 : Le lien entre les coefficients de  $A^{-1}$  et ceux de  $A$   
*Exercices suggérés : 2 à 7*
- Section III.2 : Valeurs propres entrelacées et signaux de faible rang  
*Exercices suggérés : 1 à 7*
- Section III.3 : Décroissance rapide des valeurs singulières  
*Exercices suggérés : 1 à 5*
- Section III.4 : Algorithmes alternés  
*Exercices suggérés : 1 à 8*
- Section III.5 : Acquisition comprimée et complétion matricielle  
*Exercices suggérés : 1 et 2*

## Chapitre IV : Matrices spéciales

- Section IV.1 : Transformées de Fourier : discrète et continue  
*Exercices suggérés : 3 à 6, 8, 9*
- Section IV.2 : Matrices de translation et matrices circulantes  
*Exercices suggérés : 5*
- Section IV.3 : Le produit de Kronecker  
*Exercices suggérés : 1, 4, 5*
- Section IV.4 : Transformées en sinus et cosinus à partir de sommes de Kronecker
- Section IV.5 : Matrices de Toeplitz et filtres invariants en translation
- Section IV.6 : Graphes, matrices laplaciennes et lois de Kirchhoff  
*Exercices suggérés : 1 à 5, 7*
- Section IV.7 : Partitionnement à l'aide de méthodes spectrales et des k-moyennes
- Section IV.8 : Complétions de matrices de rang un
- Section IV.9 : Le problème de Procruste orthogonal  
*Exercices suggérés : 1*
- Section IV.10 : Matrices de distance  
*Exercices suggérés : 1 et 2*

## **Chapitre V : Probabilités et statistique**

- Section V.1 : Moyenne, variance et probabilité
- Section V.2 : Loix de probabilité
- Section V.3 : Moments, cumulants et les inégalités de la statistique
- Section V.4 : Matrices de covariance et lois de probabilité à plusieurs variables
- Section V.5 : Loi normale multidimensionnelle et moindres carrés pondérés
- Section V.6 : Chaînes de Markov

## **Chapitre VI : Optimisation**

- Section VI.1 : Problèmes de minimisation : convexité et méthode de Newton
- Section VI.2 : Multiplicateurs de Lagrange = Dérivées du coût
- Section VI.3 : Programmation linéaire, théorie des jeux et dualité
- Section VI.4 : Méthode du gradient : descente vers le minimum
- Section VI.5 : Méthodes du gradient stochastiques et la méthode ADAM

## **Chapitre VII : L'apprentissage à l'aide de données**

- Section VII.1 : La conception de réseaux de neurones profonds
- Section VII.2 : Réseaux de neurones convolutifs
- Section VII.3 : Rétropropagation et la règle de dérivation des fonctions composées
- Section VII.4 : Hyperparamètres : les choix critiques
- Section VII.5 : Le monde de l'apprentissage machine